اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المستوى: السنة الثالثة رياضيات — المدة: 3 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول(04 ن)

يحتوي كيس U على 4 كريات مرقمة ب:$-1;0;0;1$ و يحتوي كيس V على 3 كريات مرقمة ب: $0;1;1$.
نرمي زهرة نرد متوازنة. اذا تحصلنا على احد الرقمين 1 او 6 نسحب عشوائيا في آن واحد كريتين من الكيس U و في بقية الحالات نسحب عشوائيا على التوالي بدون ارجاع كريتين من الكيس V.

1) نعتبر الحوادث التالية:

أ) الحادثة A: سحب كريتين مجموع رقميهما يساوي 0.

ب) الحادثة B: سحب كريتين مجموع رقميهما يساوي 1.

بين ان $P(A)=\frac{1}{9}$ و $P(B)=\frac{5}{9}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب كرتين مجموع الرقمين المسحوبين

أ) برر ان قيم المتغير العشوائي X هي: $X=\{-1;0;1;2\}$

ب) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X. ثم أحسب امله الرياضي.

ج) استنتج أن: $E(2025X+224)=2024$ ثم أحسب $P(X^2-X-2=0)$

التمرين الثاني:(05 ن)

تعطى المعادلة (E) ..... $2024x-1444y=24$ حيث x و y عددان صحيحان.

1) أحسب $PGCD(2024;1444)$ ثم بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$.

2) جد الحل الخاص (x_0,y_0) للمعادلة (E) علما أن: $y_0-x_0=4$ ثم حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة (E).

3) جد القيم الممكنة ل $PGCD(x,y)$ حيث (x,y) حل المعادلة (E) ثم جد الثنائيات (x,y) من $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ حلول المعادلة (E) بحيث $PGCD(x,y)=6$

4) نضع: $u_n=361n+16$ و $v_n=506n+10$ حيث $n\in\mathbb{N}$، عين الحدود المشتركة للمتتاليتين (u_n) و (v_n).

5) أ) حلل العدد 2025 إلى جداء عوامل أولية و إستنتج قواسم 2025 التي مربعاتها قواسم ل 2025.

ب) جد العددين الطبيعين a و b حيث $4m^2-171d^2=2025$ حيث $d=PGCD(a,b)$ و $m=PGCD(a,b)$.

التمرين الثالث:(04 ن)

(U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ ب: $U_0 = 0$ و من اجل كل عدد طبيعي n ب: $U_{n+1} = \frac{2}{\sqrt{4-U_n^2}}$.

1) أ) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n: $0 \leq U_n \leq \sqrt{2}$.

ب) بين ان: $U_{n+1}^2 - U_n^2 = \frac{(2-U_n^2)^2}{4-u_n^2}$. استنتج ان المتتالية (U_n) متزايدة.

2) بين ان المتتالية (U_n) متقاربة.

3) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $V_n = \frac{U_n^2}{2-U_n^2}$

أ) بين ان (V_n) متتالية حسابية اساسها 1.

ب) اكتب V_n و U_n بدلالة n، ثم احسب $\lim_{n\to\infty} U_n$.

4) نعتبر المتتالية (W_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $W_n = \ln\left(\frac{U_n}{2}\right)$.

احسب بدلالة n المجموع: $S_n = W_1 + W_2 + \ldots + W_n$.

التمرين الرابع:(07 ن)

في كل مايلي ينسب المستوي الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$, حيث: $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2$ وحدة الطول هي: cm

I) الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (x+2)e^x - \frac{1}{2}$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.9 < \alpha < -0.8$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^2\left(e^x - \frac{1}{4}\right)$، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين ان $\lim_{x\to-\infty}\left(f(x) + \frac{1}{4}x^2\right)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمنحنى (Γ) ذي المعادلة $(\Gamma): y = -\frac{1}{4}x^2$.

د) احسب I حيث: $I = \int_0^1 (x^2e^x)dx$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان: $f'(x) = xg(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3) عين احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم استنتج الوضع النسبي بين (C_f) ومحور الفواصل.

4) انشئ المنحنيين (C_f) و (Γ) في نفس المعلم السابق. ناخذ $(f(\alpha) = 0.2)$.

5) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة ذات المجهول x: $f(x) = m^2$ ثلاث حلول متمايزة.

6) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $h(x) = x^2\left(e^{-x} - \frac{1}{4}\right)$ و ليكن (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

✠ جد علاقة بين h و f ثم انشئ (C_h) في نفس المعلم مع شرح طريقة الرسم.

الموضوع الثاني

التمرين الأول(05 ن)

يحتوي كيس على 4 كريات خضراء مرقمة ب:$-1;1;0;1$ و3 كريات حمراء مرقمة ب: $1;0;0$ وكريتين بيضاوين مرقمتين ب: $-1;0$ كل الكرات متجانسة لا نفرق بينها باللمس. نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من هذا الكيس.

1) احسب احتمال الحوادث التالية:
A: الحصول على كرات من نفس اللون. B: الحصول على كرات مجموع ارقامها يساوي 0.
C: الحصول على 3 كرات تشكل العلم الوطني الجزائري.

2) بين ان $P(A\cap B)=\frac{1}{42}$. هل الحدثان A و B مستقلان؟ برر جوابك.

3) اذا كان مجموع الارقام يساوي 0. ما احتمال ان تكون الكرات من نفس اللون؟

4) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع ارقام الكرات المسحوبة.

أ) اثبت ان: $X=\{-2;-1;0;1;2;3\}$ ثم عرف قانون الاحتمال ل X.

ب) بين ان: $E(X)=\frac{1}{3}$.

5) نجري اللعبة التالية: يربح اللاعب α دينار اذا سحب 3 كرات مجموعها اكبر من او يساوي الصفر ويخسر 65 دينار اذا كان المجموع سالبا. اوجد قيمة α حتى تكون اللعبة عادلة.

التمرين الثاني:(04 ن)

1) من أجل كل عدد حقيقي t و كل عدد طبيعي n، أنشر و بسط العبارة $(t-6)(t^2+1)$.
ثم أدرس حسب قيم n بواقي قسمة 3^n على 7.

2) a، b و c اعداد طبيعية تكتب في نظام التعداد ذي الأساس p كمايلي: $a=\overline{102}$، $b=\overline{125}$ و $c=\overline{13154}$.

أ) علما أن: $a\times b=c$ جد قيمة العدد p.

ب) اكتب كلا من a، b و c في النظام العشري.

3) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: (1) ..... $38x-53y=15$

أ) بين أنه إذا كان كانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (1) فإن $x\equiv 52[53]$.

ب) إستنتج حلول المعادلة (1).

4) نعتبر الأن x و y عددان طبيعيان و نسمي d قاسمهما المشترك الأكبر.

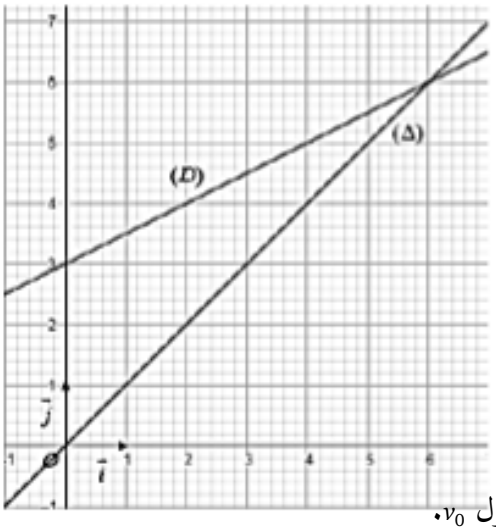
أ) عين القيم الممكنة ل d.

ب) جد كل الثنائيات (x,y) بحيث يكون $d=15$.

5) يحتوي كيس على 10 قرصات مرقمة من 0 إلى 9 "لانفرق بينهما عند اللمس"، نسحب في آن واحد قريصتين من الكيس. أحسب أحتمال كي يكون مجموع رقمي القريصتين المسحوبتين من بواقي قسمة 3^n على 7.

التمرين الثالث:(04 ن)

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 0, u_1 = 3$ و من اجل كل عدد طبيعي n, $u_{n+2} = \frac{3}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$.



1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3$.

2) في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$, نسمي (Δ) و (D) المستقيمان ذوا المعادلتان $y = x$ و $y = \frac{1}{2}x + 3$ على الترتيب.

أ) انقل الشكل المقابل على ورقة الاجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 و u_4 مبرزا خطوط التمثيل.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

3) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $v_n = u_n - 6$.

أ) برهن ان المتتالية (v_n) هندسية اساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الاول v_0.

ب) عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n

ج) احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$, ماذا نستنتج؟

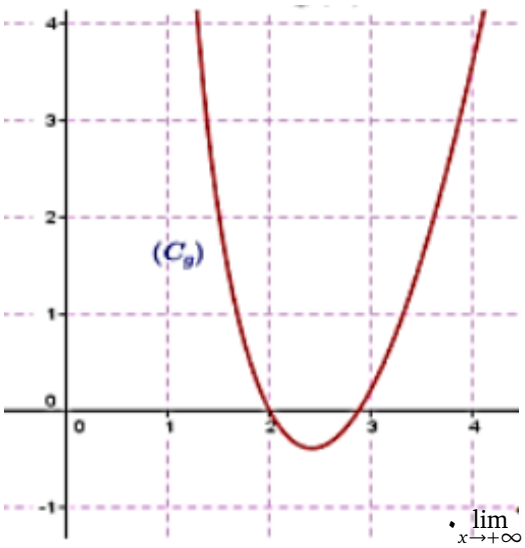
4) نضع: $S_n = \frac{6}{6-u_0} + \frac{6}{6-u_1} + \ldots + \frac{6}{6-u_n}$ و $P_n = e^{\left(\frac{1}{2}u_0 - 6\right)} \times e^{\left(\frac{1}{2}u_1 - 6\right)} \times \ldots \times e^{\left(\frac{1}{2}u_n - 6\right)}$

أ) عبر عن S_n بدلالة n ثم عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = 255$.

ب) عبر عن P_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} P_n$

التمرين الرابع:(07 ن)

في كل مايلي ينسب المستوي الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$, حيث: $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$



I) الدالة العددية g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كما يلي:
$g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$
(C_g) تمثيلها البياني في المستوي السابق. انظر الشكل المقابل.

1) احسب $g(2)$ ثم بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]2.87;2.88[$.

2) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

II) الدالة العددية f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ ب:
$f(x) = x - 3 + \frac{4\ln(x-1)+5}{x-1}$
و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1) أ) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{\substack{x\to 1 \\ x>1}} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل ل (C_f) في جوار $+\infty$ ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ).

2) أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$ فان: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-1)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين ان التمثيل البياني (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

4) انشئ (Δ), (T) و (C_f) في نفس المعلم.

5) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $4\ln(x-1)=(m+3)(x-1)-5$

6) لتكن الدالة h المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ ب: $h(x)=f(|x|)$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني.
بين ان الدالة h زوجية ثم انشئ (C_h) في نفس المعلم مع شرح طريقة الرسم.